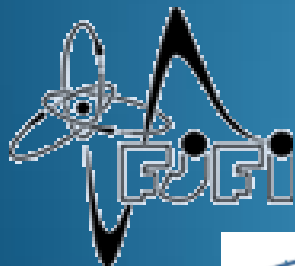


Konference radiologických fyziků 2012

# Determination of x-ray spectra from attenuation measurements aneb Stanovení rentgenových spekter ze zeslabovací křivky



Autorka: Ing. Anna Michaelidesová  
gatoullina@hotmail.com

Vedoucí práce: RNDr. Libor Judas, Ph.D.

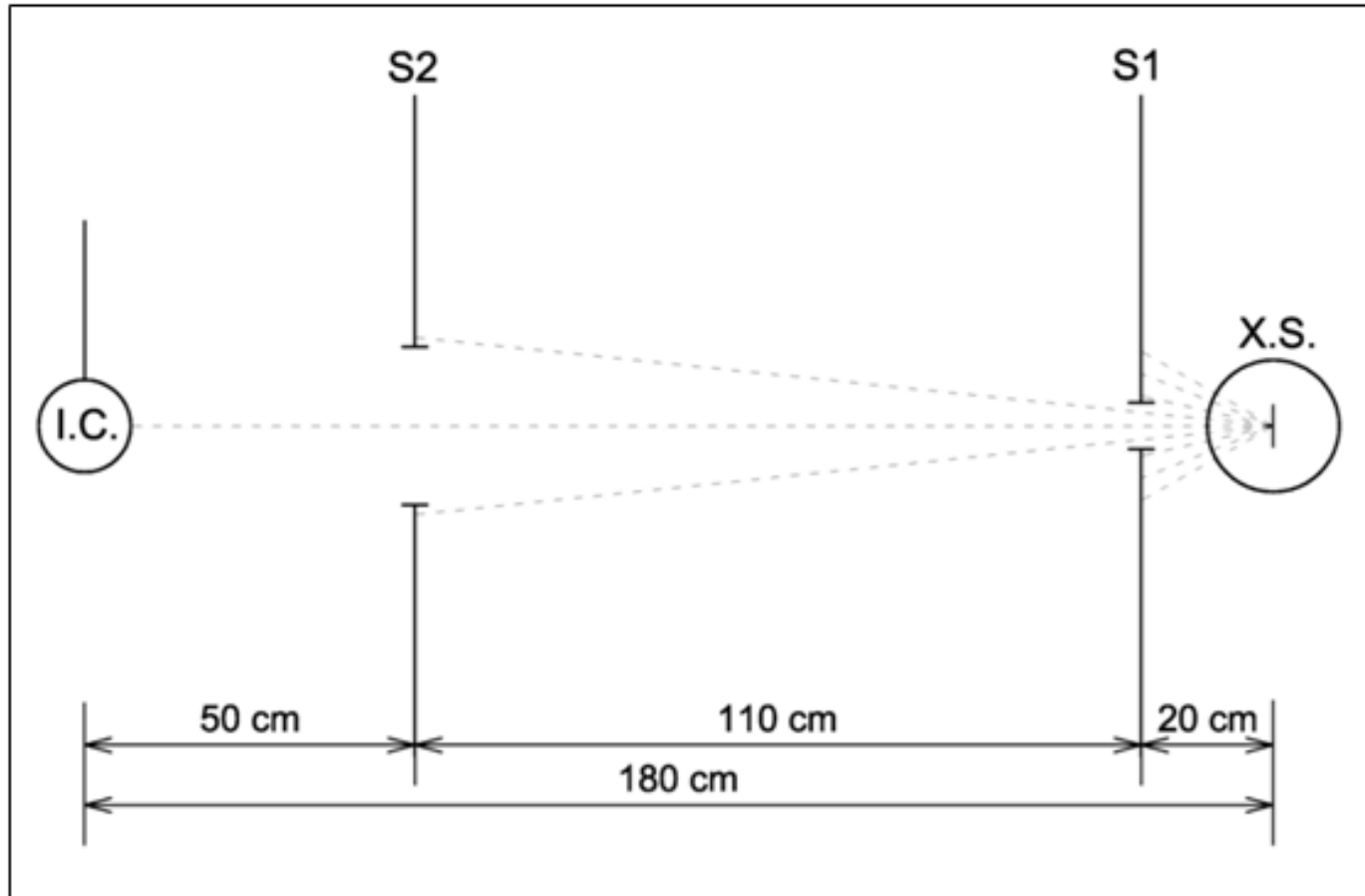
# Obsah prezentace

- Úvod
- Implementované metody
- Porovnání implementovaných metod a diskuze o jejich použitelnosti v praxi

# Úvod

- **Podmínka:** součinitel zeslabení v energetické oblasti spektra monotónní funkcí energie
  - Poté: mezi spektrem a zeslabovací křivkou (úzký svazek) existuje jednoznačný matematický vztah.
- Ze zeslabovací křivky lze tedy v principu určit tvar spektra
- Problémy:
  - Nestabilita zpětné transformace,
  - experimentální chyby,
  - nespojitost křivky a jiné.

# Měřící aparatura



# Přehled implementovaných metod

- Řešení systému rovnic
  - Silberstein 1932
- Iterativní metody
- Perturbační metoda 1999 (2003), EM metoda 2005
- Laplaceove metody
  - Silberstein 1933, Jones 1940, Archer & Wagner 1982,1988

# SILBERSTEIN - 1932

- První návrh – řešení systému rovnic

$$\int_a^b e^{-\mu(\lambda)x} f(\lambda) d\lambda = I(x)$$

---

$$\Delta\lambda \cdot \sum_{i=1}^n e^{-\mu(\lambda_i)x} f(\lambda_i) = I(x)$$

---

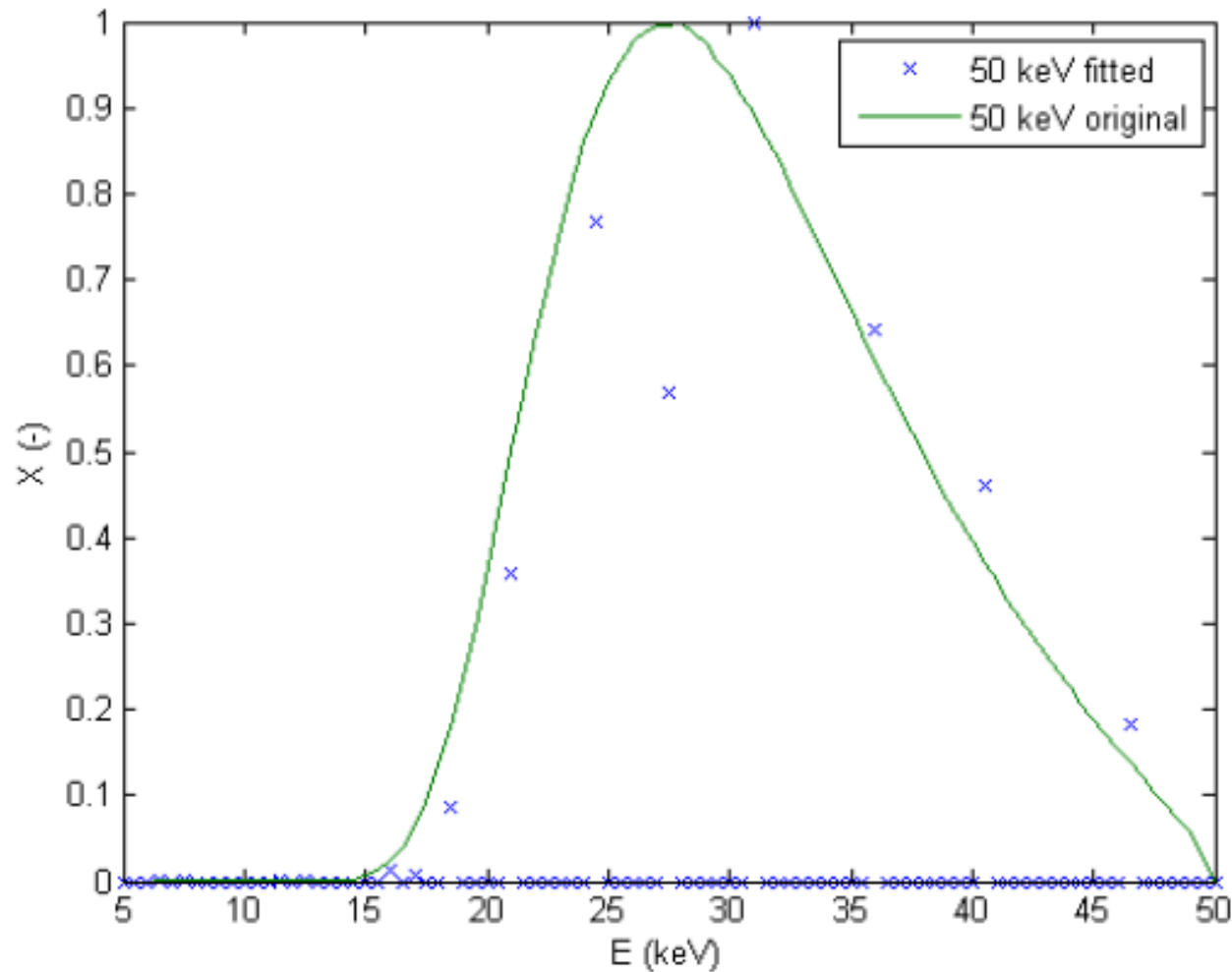
$$f_1 + f_2 + \dots + f_n = I_1$$

$$e^{-\mu_1 x_2} f_1 + e^{-\mu_2 x_2} f_2 + \dots + e^{-\mu_n x_2} f_n = I_2$$

.....

$$e^{-\mu_1 x_n} f_1 + e^{-\mu_2 x_n} f_2 + \dots + e^{-\mu_n x_n} f_n = I_n$$

# MATLAB $S = \text{lsqnonneg}(M,o)$



# Perturbační metoda – Waggener 1999

$$O(x_i) = \sum_{j=1}^N \left( e^{-\mu(E_j)x_i} \frac{X(E_j)}{\Delta E} \Delta E \right)$$

$$\Delta X(j) = \frac{X(j)}{2^k}, \quad k = 1, 2, 3 \dots 10,$$

$$\%dif1 = \frac{100}{N} \left( \sum_{i=1}^N \frac{|\sum_{j=1}^N M(i, j) \cdot X_1(j) - O_m(i)|}{O_m(i)} \right),$$

where  $X_1(j) = X(j) - \Delta X(j)$  and

$$\%dif2 = \frac{100}{N} \left( \sum_{i=1}^N \frac{|\sum_{j=1}^N M(i, j) \cdot O_2(j) - O_m(i)|}{O_m(i)} \right),$$

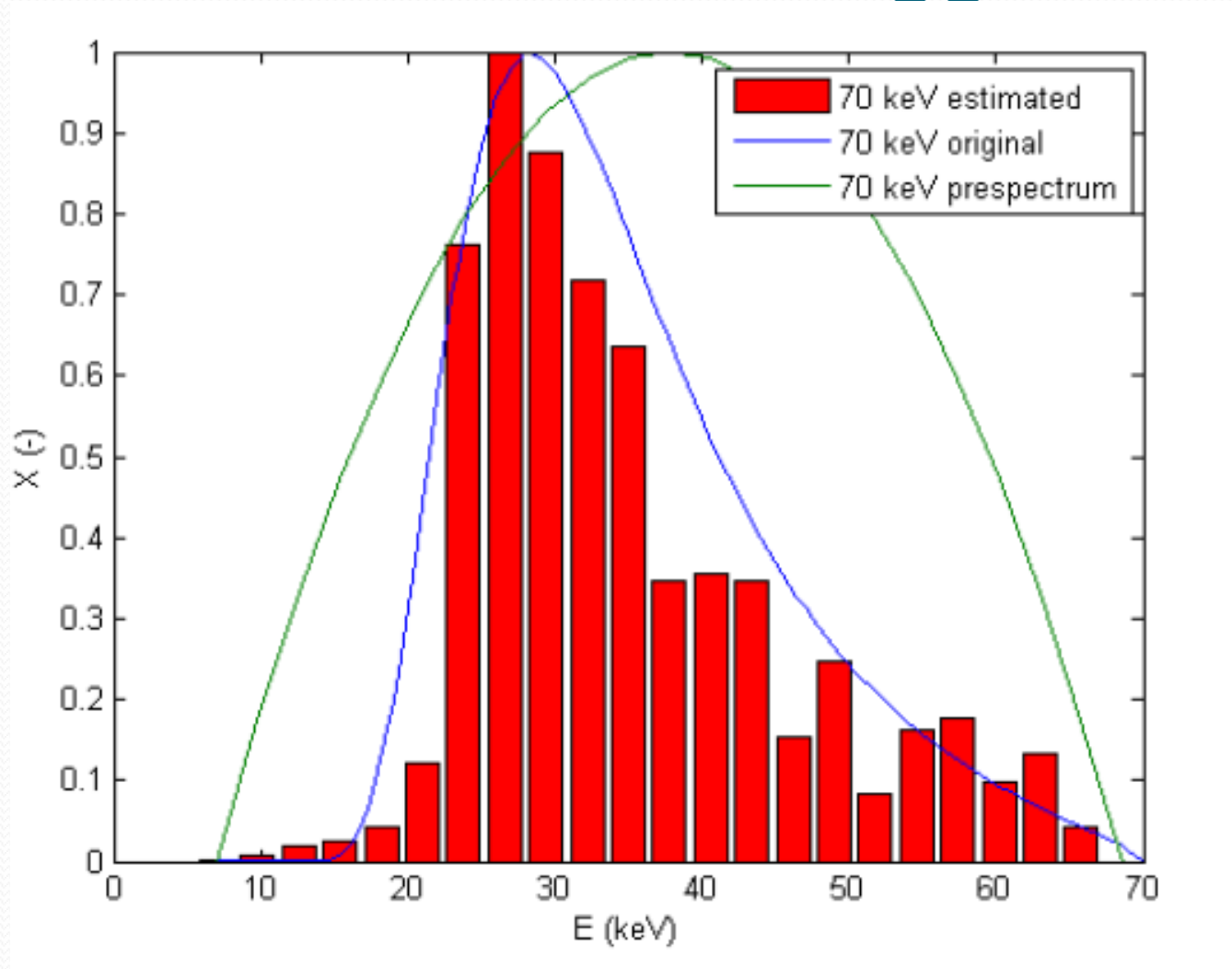
where  $X_2(j) = X(j) + \Delta X(j)$ .

$$\%dif3 = \frac{100}{N} \left( \sum_{i=1}^N \frac{|\sum_{j=1}^N M(i, j) \cdot X_3(j) - O_m(i)|}{O_m(i)} \right),$$

where  $X_3(j) = X(j)$ .



# Perturbační metoda – Waggener 1999



# Perturbační metoda – Waggener výsledek – Exper. Zesl. Kř.

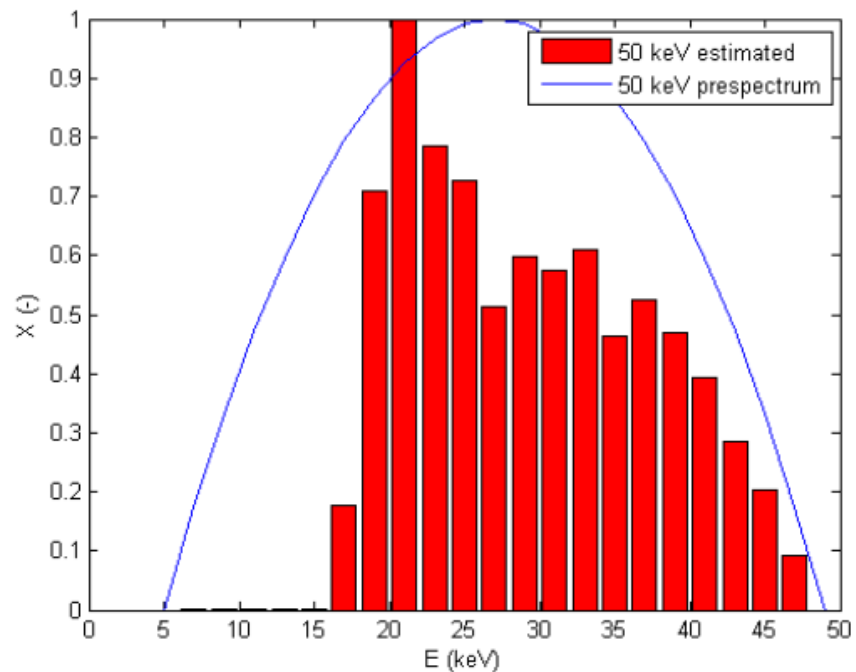
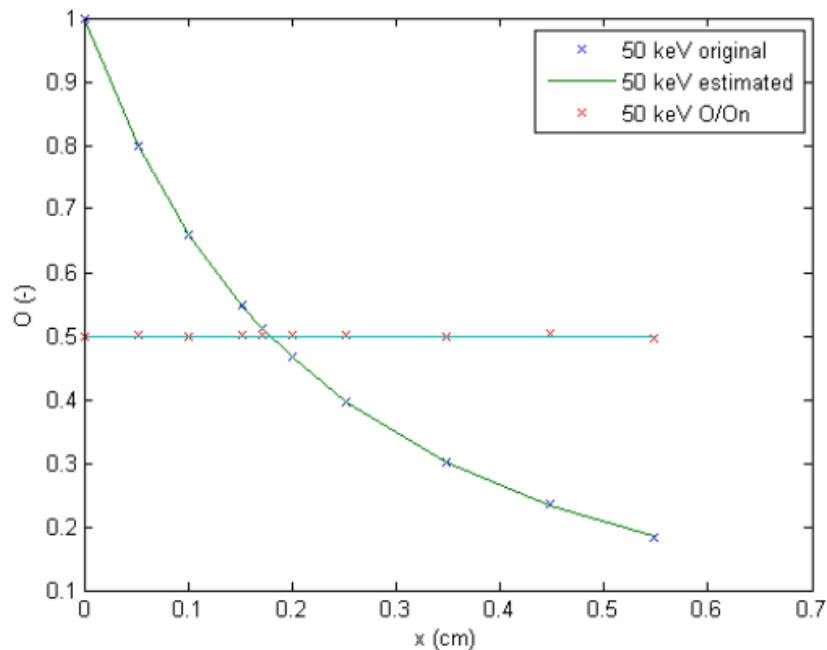


Figure 2.8: The estimated spectrum - RQR3

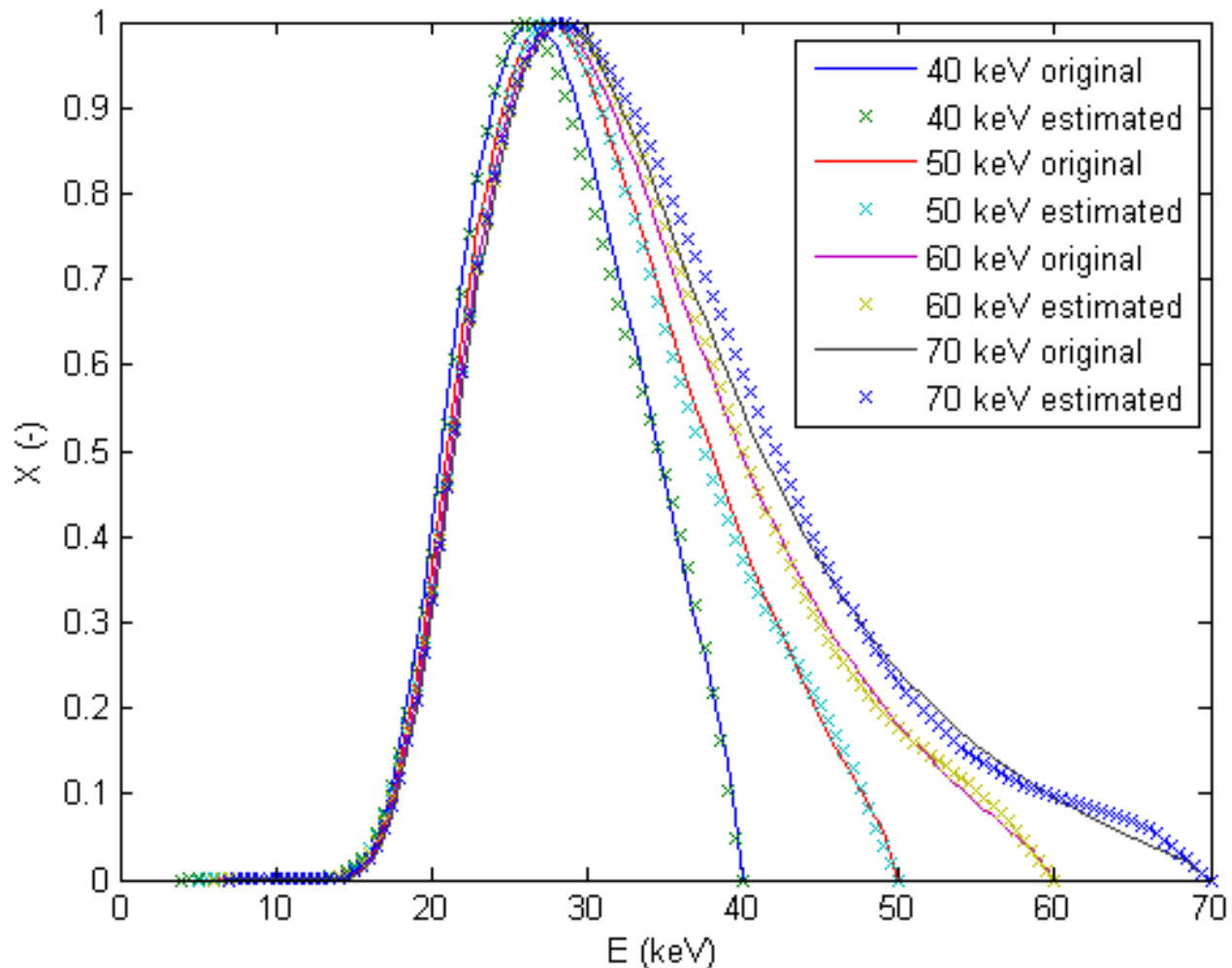
# EM – METODA – SIDKY 2005

- Iterativní metoda – expectation-maximisation
- V únoru 2011 Duan et al.
  - Použití EM metody na spektra z CT
  - Metoda robustní na šum
  - Velice dobré výsledky

$$X_n^{(k+1)} = X_n^{(k)} \cdot \frac{\sum_m (M^T)_{nm} \frac{O_m}{\sum_{n'} M_{mn'} X_{n'}^{(k)}}}{\sum_m (M^T)_{nm}}$$

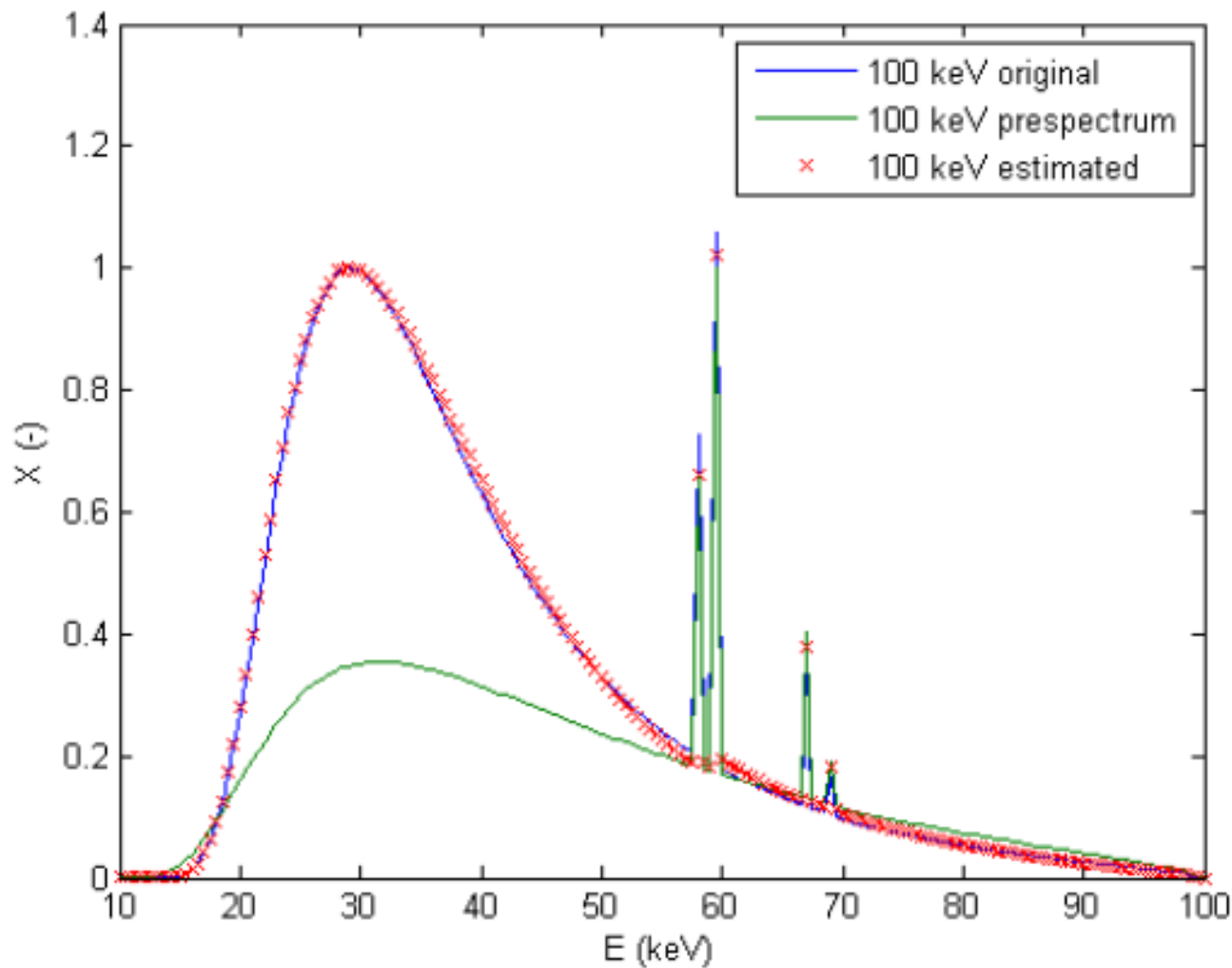
# EM – METODA – SIDKY 2005

## spektra bez char. záření



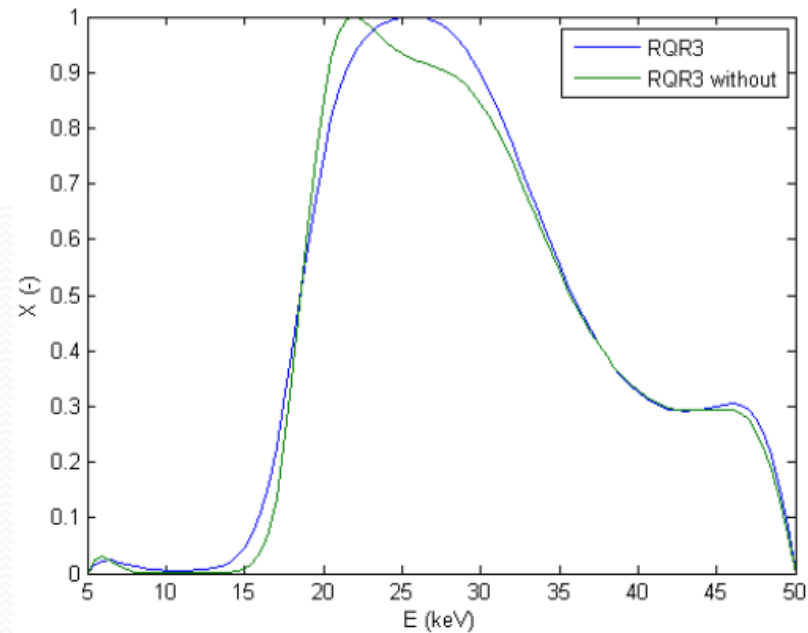
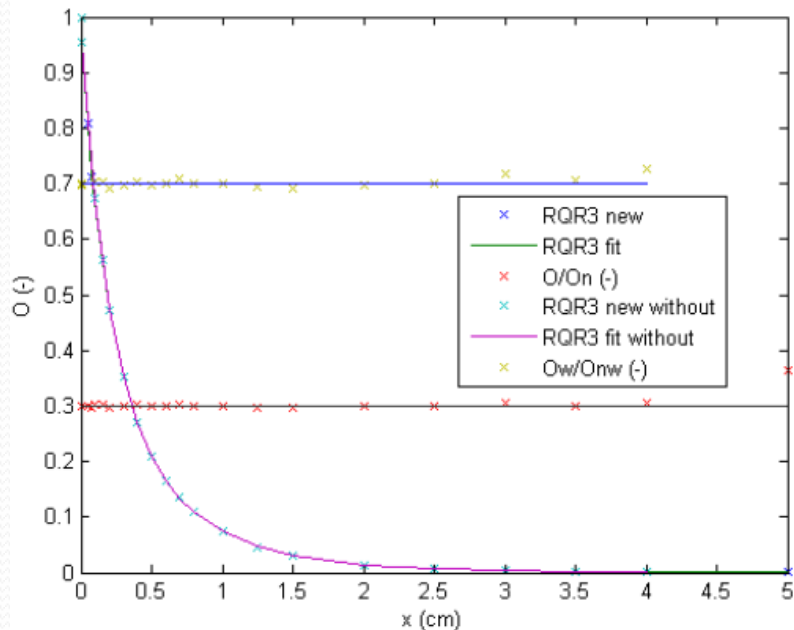
# EM – METODA – SIDKY 2005

## spektra s char. zářením



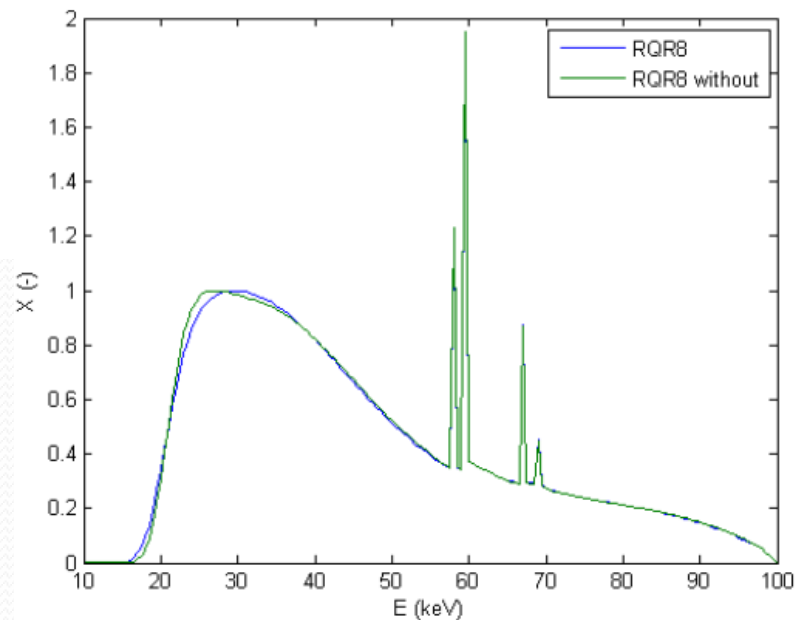
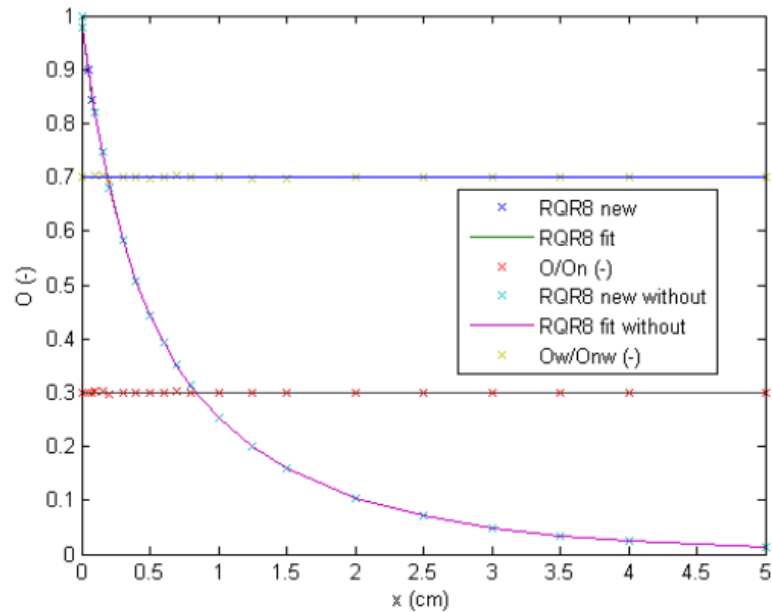
# EM – METODA –SIDKY 2005

## Experimentální Zesl. Křivka



# EM – METODA – SIDKY 2005

## Experimentální Zesl. Křivky



# Silberstein - 1933

- Laplaceova transformace

$$\int_0^{\infty} e^{-\mu(\lambda)x} f(\lambda) d\lambda = I(x)$$

$$f(\lambda) \frac{d\lambda}{d\mu} \equiv \frac{f(\lambda)}{\mu'} = \phi(\mu)$$

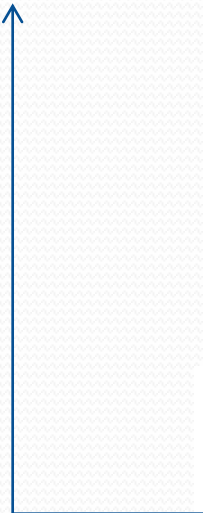


$$\int_0^{\infty} e^{-x\mu} \phi(\mu) d\mu = I(x)$$

$$I(x) = e^{-Ax - B\sqrt{x}}$$



$$\phi(\mu) = \frac{B}{2\sqrt{\pi}} e^{-\frac{B^2}{4(\mu-A)}} (\mu - A)^{-\frac{3}{2}}$$





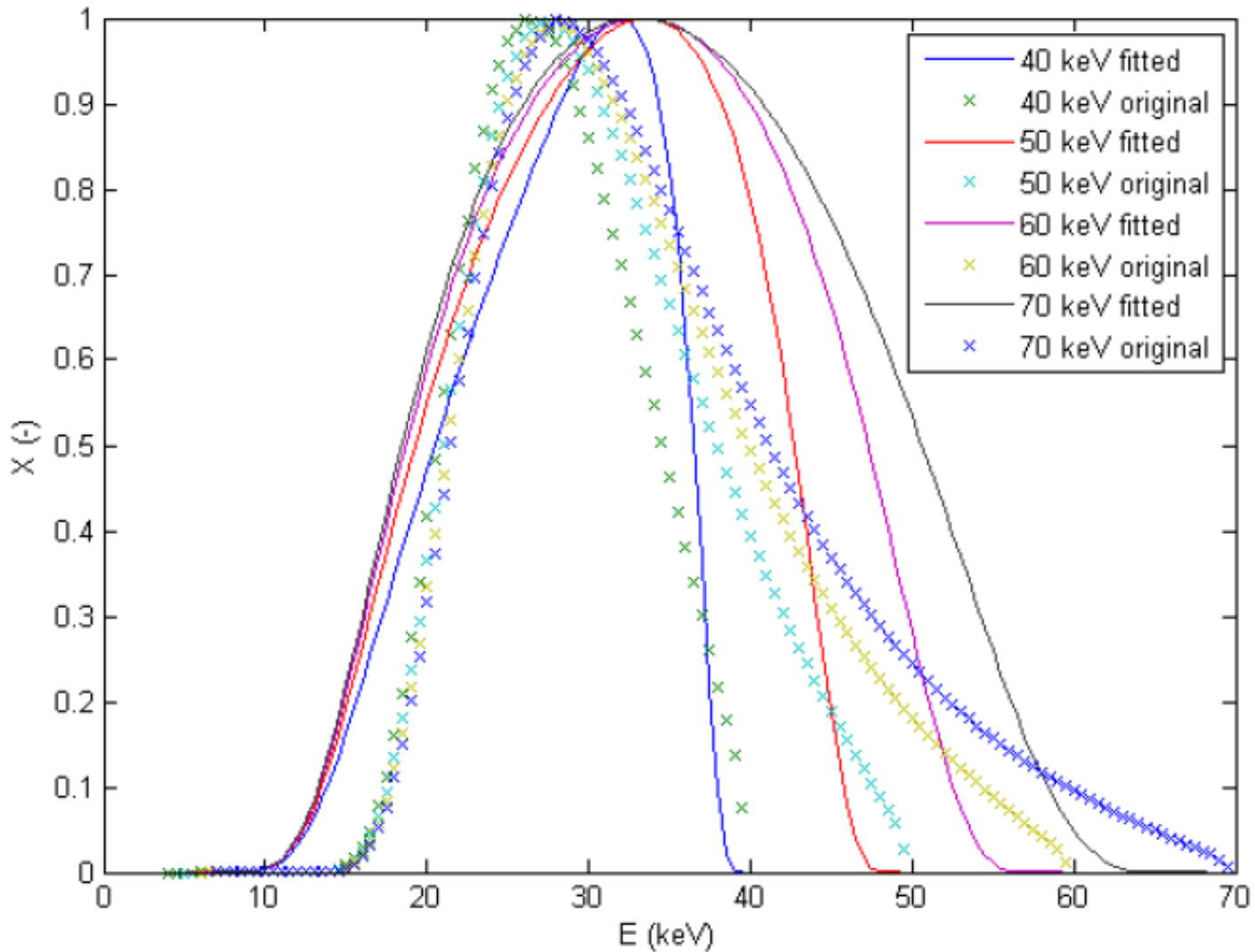
# JONES - 1940

$$f(\lambda) \frac{d\lambda}{d\mu} \equiv \frac{f(\lambda)}{\mu'} = \phi(\mu)$$

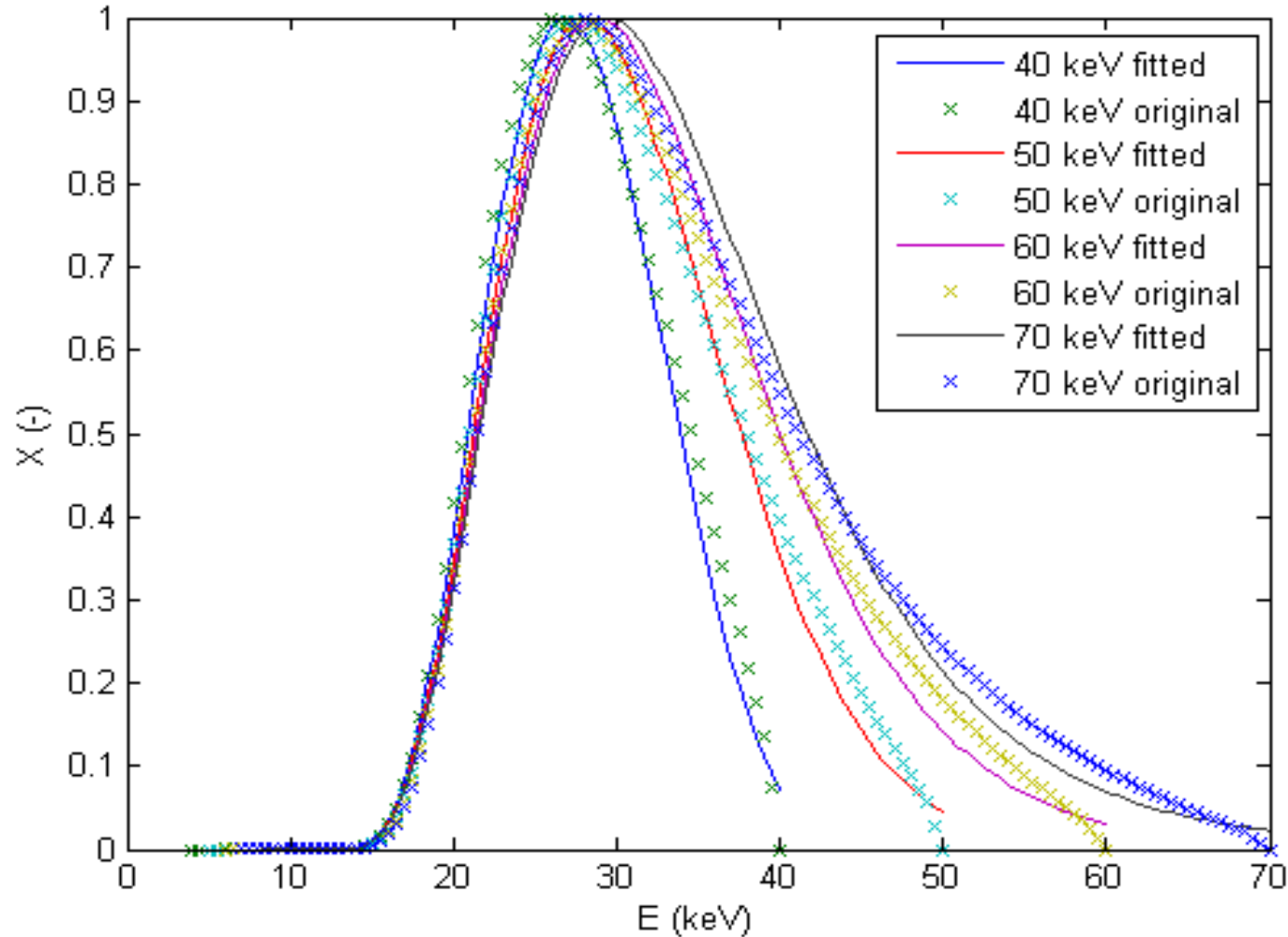
$$I(x) = e^{-Ax - B(\sqrt{x+d} - \sqrt{d})},$$

$$\phi(\mu) = \frac{I_0 \cdot B}{2\sqrt{\pi}} \frac{e^{-(\mu-A)d + B\sqrt{d} - \frac{B^2}{4(\mu-A)}}}{(\mu - A)^{\frac{3}{2}}}$$

# JONES – 1940



# Jones – 1940 - MODIFIKACE



# ARCHER & WAGNER – 1982

## bez charakteristického

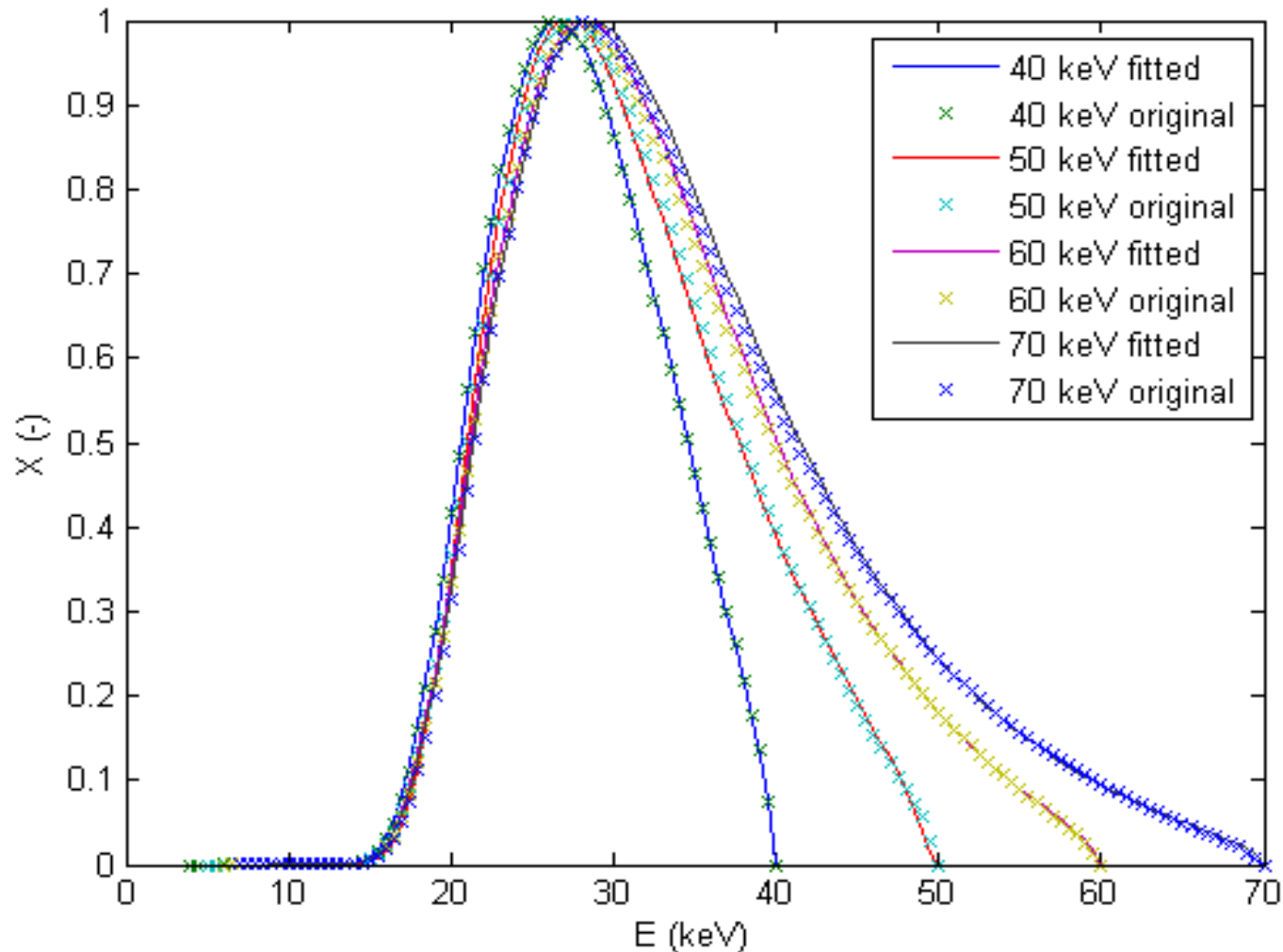
$$X(\xi) = \left( \frac{ab}{(\xi + a)(\xi + b)} \right)^\nu \exp(-\mu_m^0 \xi),$$

$$F(E) = \frac{\pi^{\frac{1}{2}} (ab)^\nu}{\Gamma(\nu)} \left( \frac{\mu_m - \mu_m^0}{a - b} \right)^{\nu - 1/2} \cdot \exp\left[-\frac{(a+b)}{2} (\mu_m - \mu_m^0)\right].$$

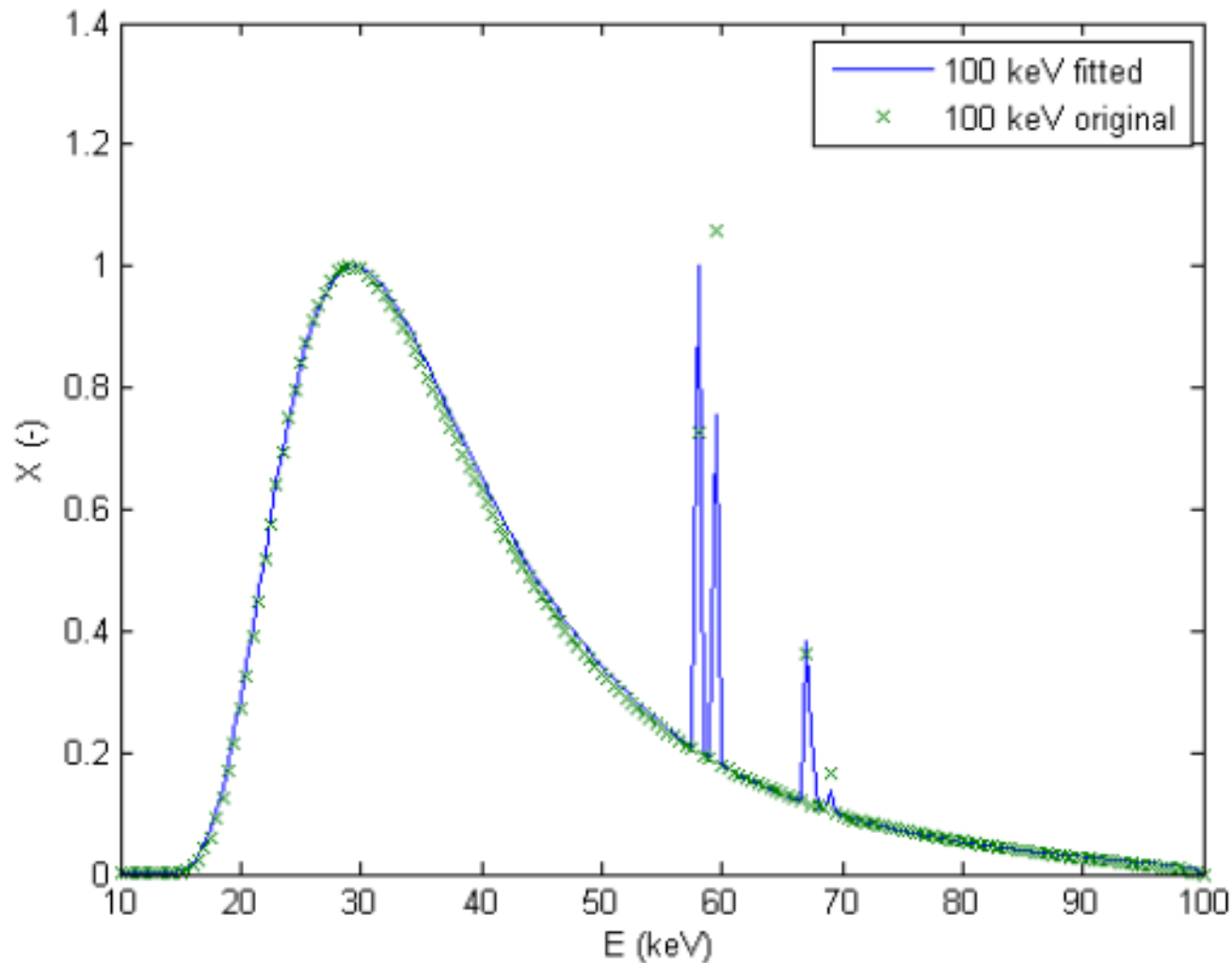
$$I_{\nu - 1/2} \left( \frac{1}{2} (a - b) (\mu_m - \mu_m^0) \right) \left( -\frac{d\mu_m}{dE} \right).$$

# ARCHER & WAGNER – 1982

## bez charakteristického

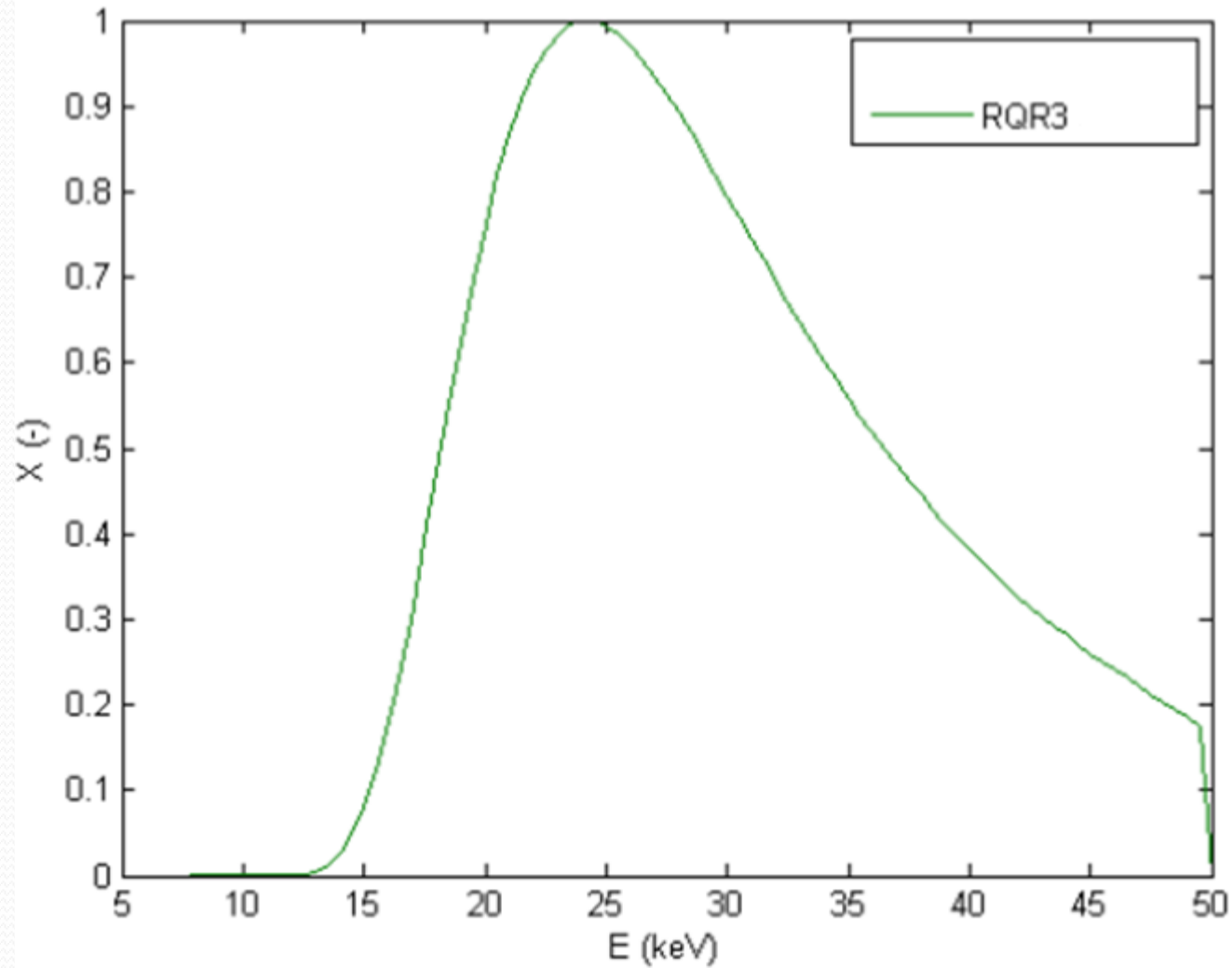


# ARCHER & WAGNER – 1988 s charakteristickým zářením



# ARCHER & WAGNER

## Experimentální Zesl. Křivky



# POROVNÁNÍ KOEFICIENTŮ KORELACE PRO RŮZNÉ METODY

## Nelaplaceové metody

Spectrum	40 keV	50 keV	60 keV	70 keV
$R_t^2$	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
$R_s^2$	0.0785	0.0624	0.0531	0.0477

Silberstein 1932

## Laplaceové metody

Spectrum	40 keV	50 keV	60 keV	70 keV
$R_t^2$	0.9995	0.9992	0.9989	0.9986
$R_s^2$	0.0553	0.0166	0.0108	0.0079

Silberstein 1933

Spectrum	40 keV	50 keV	60 keV	70 keV
$R_t^2$	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
$R_s^2$	0.9572	0.9174	0.8790	0.9047

Perturbace 1999

Spectrum	40 keV	50 keV	60 keV	70 keV
$R_t^2$	0.9997	0.9996	0.9996	0.9995
$R_s^2$	0.9052	0.9027	0.9056	0.9086

Jones 1940

Spectrum	40 keV	50 keV	60 keV	70 keV
$R_t^2$	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
$R_s^2$	0.9980	0.9986	0.9990	0.9982

EM – metoda 2005

Spectrum	40 keV	50 keV	60 keV	70 keV
$R_t^2$	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
$R_s^2$	0.9999	0.9996	0.9998	0.9998

Archer & Wagner 1982



# Zkoumané vlivy na rekonstrukci

- U dvou nejlepších metod
  - Archer & Wagner
  - EM – metoda
- Zkoumané vlivy
  - **Počet iterací** (u EM –metody a perturbace)
  - Kvalita zeslabovací křivky
  - Nejistoty v tloušťkách filtrů
  - Nejistoty v naměřeném signálu
  - Rozptýlené záření
  - Nečistoty v materiálu filtrů

# Závěr 1/2

- Laplacova metoda Archera a Wagnera byla shledána jako nejlépe stanovující spektra do 70 keV
- EM – metoda robustní, dává velice dobré výsledky pro zeslabující křivky odpovídající spektrům s charakteristickým zářením
  - Laplacovy metody nutí spektrum k nějakému tvaru
    - Spektra však takové tvary mají
  - Veliký pokrok všech druhů metod v průběhu let
- Čím delší a podrobnější je zeslabovací křivka, tím lepší výsledek algoritmy dávají

# Závěr 2/2

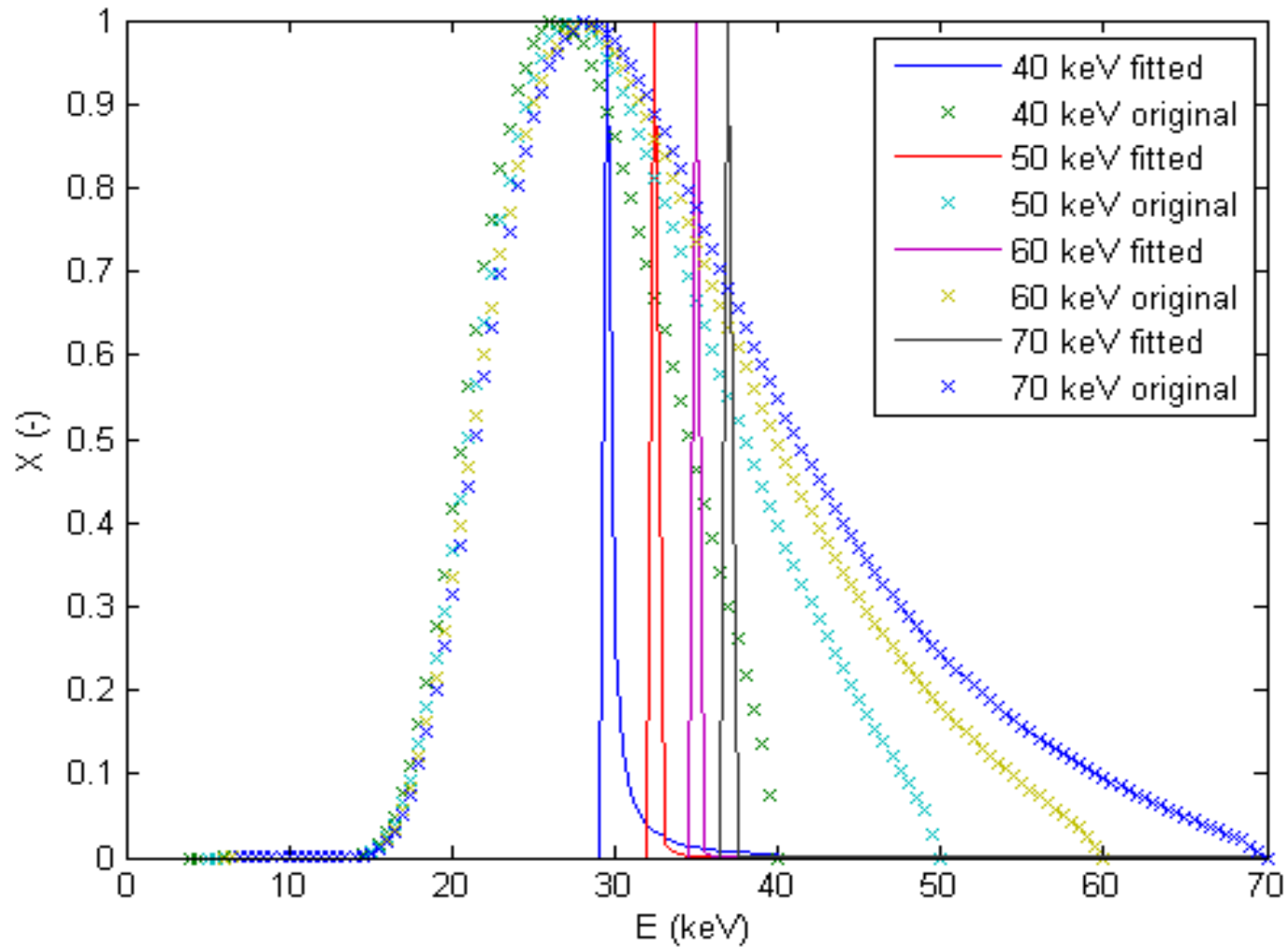
- I když experimentální zeslabovací křivky odpovídají jedna druhé, to ještě nic nevyovídá o tom, že spektra budou stejná.
  - Laplacovy metody – nedořešené charakteristické záření
- EM – metoda vykazuje deficit v oblastí vyšších energií spektra obsahující jen brzdné záření
- EM – metoda trvá déle, ale vzhledem k tomu jak dlouho trvá měření, tak to je zanedbatelné.
  - Největší problém je nestabilita systému
    - Podobnost exponenciál
    - Řídká matice systému
  - Inverzní Laplacova transformace



Děkuji Vám za pozornost!

**OTÁZKY?**

# Silberstein - 1933



# ARCHER & WAGNER – 1988

## s charakteristickým zářením

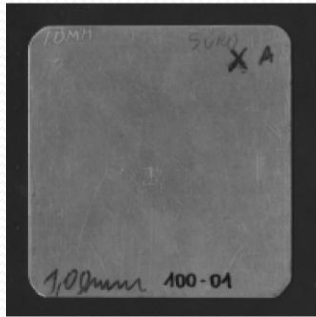
$$X(E) = rX_B(E) + (1 - r)X_C(E)$$

$$O(\xi) = r \left( \frac{ab}{(\xi + a)(\xi + b)} \right)^\nu \exp(-\mu_m^0 \xi) + (1 - r)[0.288 \exp(-\mu_m^1 \xi) + 0.50 \exp(-\mu_m^2 \xi) + 0.169 \exp(\mu_m^3 \xi) + 0.043 \exp(-\mu_m^4 \xi)],$$

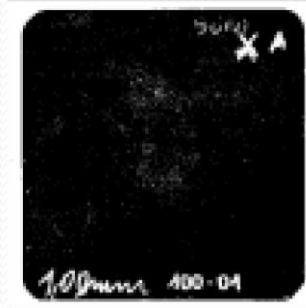
$$X(E) = \frac{r\pi^{\frac{1}{2}}(ab)^\nu}{\Gamma(\nu)} \left( \frac{\mu_m - \mu_m^0}{a - b} \right)^{\nu-1/2} \cdot \exp\left[-\frac{(a+b)}{2}(\mu_m - \mu_m^0)\right] \cdot I_{\nu-1/2} \left( \frac{1}{2}(a-b)(\mu_m - \mu_m^0) \right) \left( -\frac{d\mu_m}{dE} \right) + (1 - r)[0.288\delta(\mu_m - \mu_m^1) + 0.50\delta(\mu_m - \mu_m^2) + 0.169\delta(\mu_m - \mu_m^3) + 0.043\delta(\mu_m - \mu_m^4)].$$

# Tloušťka hliníkových filtrů

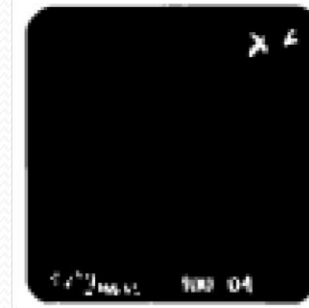
Vážení – Nascanování – Algoritmy MatLab



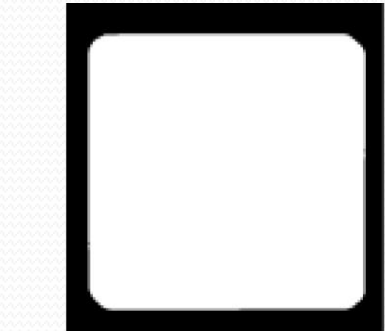
SCANNED FILTER



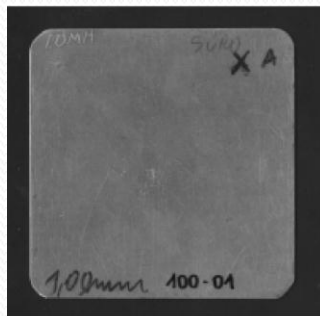
THRESHOLDING



OPENING-CLOSING



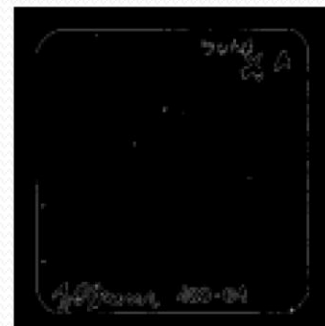
AFTER SEGMENTATION



SCANNED FILTER



THRESHOLDING



DERIVATION



AFTER SEGMENTATION